Philosophy 12A Homework #4 Solutions

05/04/10

These are the shortest proofs I have seen.

(III.3) Problem is: ⊢ A∨(A→B)

1	(1)	~A	Ass (→I)
1	(2)	A→B	1 SI (PMI)
	(3)	~A→(A→B)	1,2 →I
	(4)	~~A∨(A→B)	3 SI (IMP)
	(5)	A∨(A→B)	4 SI (SDN)

(III.5) Problem is: ⊢ (A→B)→((A→~B)→~A)

1	(1)	A→B	Ass (→I)
2	(2)	A→~B	Ass (→I)
3	(3)	A	Ass (~I)
2,3	(4)	~B	2,3 →E
1,3	(5)	B	1,3 →E
1,2,3	(6)	Λ	4,5 ~E
1,2	(7)	~A	3,6 ~I
1	(8)	(A→~B)→~A	2,7 →I
	(9)	(A→B)→((A→~B)→~A)	1,8 →I

(III.7) Problem is: A→B, (~B→~A)→(C→D), ~D ⊢ ~C

1	(1)	A→B	Premise
2	(2)	(~B→~A)→(C→D)	Premise
3	(3)	~D	Premise
4	(4)	~B	Ass (→I)
1,4	(5)	~A	1,4 SI (MT)
1	(6)	~B→~A	4,5 →I
1,2	(7)	C→D	2,6 →E
1,2,3	(8)	~C	7,3 SI (MT)

(III.9) Problem is: (A&B)↔C, ~(C∨~A) ⊢ ~B

1	(1)	(A&B)↔C	Premise
2	(2)	~(C∨~A)	Premise
1	(3)	((A&B)→C)&(C→(A&B))	1 Df.
1	(4)	(A&B)→C	3 &E
2	(5)	~C&~~A	2 SI (DeM)
2	(6)	~C	5 &E
1,2	(7)	~(A&B)	4,6 SI (MT)
1,2	(8)	~A∨~B	7 SI (DeM)
2	(9)	~~A	5 &E
1,2	(10)	~B	8,9 SI (DS)

(III.14) Problem is: $(A \vee B)\&(C \vee D) \vdash (B \vee C) \vee (A\&D)$

1	(1)	$(A \vee B)\&(C \vee D)$	Premise
1	(2)	$A \vee B$	1 &E
3	(3)	A	Ass ($\vee$E)
1	(4)	$C \vee D$	1 &E
5	(5)	C	Ass ($\vee$E)
5	(6)	$B \vee C$	5 $\vee$I
5	(7)	$(B \vee C) \vee (A\&D)$	6 $\vee$I
8	(8)	D	Ass ($\vee$E)
3,8	(9)	A&D	3,8 &I
3,8	(10)	$(B \vee C) \vee (A\&D)$	9 $\vee$I
1,3	(11)	$(B \vee C) \vee (A\&D)$	4,5,7,8,10 $\vee$E
12	(12)	B	Ass ($\vee$E)
12	(13)	$B \vee C$	12 $\vee$I
12	(14)	$(B \vee C) \vee (A\&D)$	13 $\vee$II
1	(15)	$(B \vee C) \vee (A\&D)$	2,3,11,12,14 $\vee$E

(IV.3) Dictionary:

W = God is willing to prevent evil.
A = God is able to prevent evil.
I = God is impotent.
M = God is malevolent.
E = Evil exists.
G = God exists.

Problem is : $(W\&\sim A) \rightarrow I$, $(A\&\sim W) \rightarrow M$, $(\sim A\&\sim W) \rightarrow (I\&M)$, $E \leftrightarrow (\sim W \vee \sim A)$, $G \rightarrow (\sim I\&\sim M) \vdash G \rightarrow \sim E$

1	(1)	$(W\&\sim A) \rightarrow I$	Premise
2	(2)	$(A\&\sim W) \rightarrow M$	Premise
3	(3)	$(\sim A\&\sim W) \rightarrow (I\&M)$	Premise
4	(4)	$E \leftrightarrow (\sim W \vee \sim A)$	Premise
5	(5)	$G \rightarrow (\sim I\&\sim M)$	Premise
6	(6)	G	Ass ($\rightarrow$I)
4	(7)	$(E \rightarrow (\sim W \vee \sim A))\&((\sim W \vee \sim A) \rightarrow E)$	4 Df.
4	(8)	$E \rightarrow (\sim W \vee \sim A)$	7 &E
9	(9)	$\sim A$	Ass ($\sim$I)
5,6	(10)	$\sim I\&\sim M$	5,6 $\rightarrow$E
5,6	(11)	$\sim I$	10 &E
1,5,6	(12)	$\sim(W\&\sim A)$	1,11 SI (MT)
1,5,6	(13)	$\sim W \vee \sim\sim A$	12 SI (DeM)
1,5,6	(14)	$\sim W \vee A$	13 SI (SDN)
1,5,6,9	(15)	$\sim W$	14,9 SI (DS)
1,5,6,9	(16)	$\sim A\&\sim W$	9,15 &I
1,3,5,6,9	(17)	I&M	3,16 $\rightarrow$E
1,3,5,6,9	(18)	I	17 &E
1,3,5,6,9	(19)	Λ	11,18 $\sim$E
1,3,5,6	(20)	$\sim\sim A$	9,19 $\sim$I
5,6	(21)	$\sim M$	10 &E
2,5,6	(22)	$\sim(A\&\sim W)$	2,21 SI (MT)
2,5,6	(23)	$\sim A \vee \sim\sim W$	22 SI (DeM)
1,2,3,5,6	(24)	$\sim\sim W$	23,20 SI (DS)
1,2,3,5,6	(25)	$\sim\sim W\&\sim\sim A$	24,20 &I
1,2,3,5,6	(26)	$\sim(\sim W \vee \sim A)$	25 SI (DeM)
1,2,3,4,5,6	(27)	$\sim E$	8,26 SI (MT)
1,2,3,4,5	(28)	$G \rightarrow \sim E$	6,27 $\rightarrow$I